

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a IX-a
27.02.2015****Subiectul I.(20 puncte)**

Fie a_1, a_2, \dots, a_n numere reale pozitive cu $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{3}, n \in \mathbb{N}^*$. Să se arate că

$$\sqrt{a_1 + 2} + \sqrt{a_2 + 6} + \dots + \sqrt{a_n + n \cdot (n+1)} < n \cdot (n+1).$$

prof. Camelia Magdaș, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Subiectul II.(30 puncte)

Se consideră triunghiul ABC. Paralelele duse prin vârfurile triunghiului la laturile opuse se intersectează două câte două în punctele M, N, P. Dacă G_1, G_2, G_3 sunt centrele de greutate ale triunghiurilor BCP, AMC respectiv ANB, să se arate că se poate construi un triunghi cu vectorii $\overrightarrow{AG_1}, \overrightarrow{BG_2}$ și $\overrightarrow{CG_3}$.

prof. Camelia Magdaș, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Subiectul III.(25 puncte)

Într-un triunghi oarecare ABC, punctele D, E, F desemnează picioarele bisectoarelor interioare ale unghiurilor A, B, C. Demonstrați că : $a(b+c) \cdot \overrightarrow{AD} + b(a+c) \cdot \overrightarrow{BE} + c(a+b) \cdot \overrightarrow{CF} = \vec{0}$

prof. Vlad Ciobotariu - Boer, Liceul Teoretic „Avram Iancu” Cluj-Napoca

Subiectul IV.(15 puncte)

Fie $a_k = \sqrt{(k^2 - k - 2)(k^2 + 7k + 10) + 36}, k \in \mathbb{N}^*$ Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care:

$$[\sqrt{a_1}] + [\sqrt{a_2}] + [\sqrt{a_3}] + \dots + [\sqrt{a_n}] = 490, \text{ unde } [a] \text{ reprezintă partea întreagă a numărului real } a.$$

prof. Violin Gorcea, Liceul Teoretic „Avram Iancu” Cluj-Napoca

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.**

SUCCES!